

ALGEBRA

Logarithmen

Grundlagen 1

Die Lösungen der Aufgaben befinden sich am Ende der Datei.

Die Datei 12850 enthält eine sehr große Anzahl von Trainingsaufgaben zu diesem Thema.

Datei Nr. 12810

Stand 9. Juni 2014

Friedrich W. Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

www.mathe-cd.de

Inhalt

1.	Einführung	1
2.	Potenzketten-Methode für schwierigere Aufgaben	4
3.	Logarithmengesetze	6
4.	Exponentialgleichungen	9
5.	Logarithmen zu beliebiger Basis berechnen	11
6.	Logarithmusgleichungen	17
	Aufgaben 4 bis 10	24
	Lösungen der Aufgaben	26

1. Einführung

Eine ganz banale Frage:

- (1) Welches ist die Hochzahl von 2^3 , wenn 2 die Basis ist?

Die Antwort ist ablesbar: Die Hochzahl, oder auch Exponent genannt, ist 3.

Nun eine neue Frage:

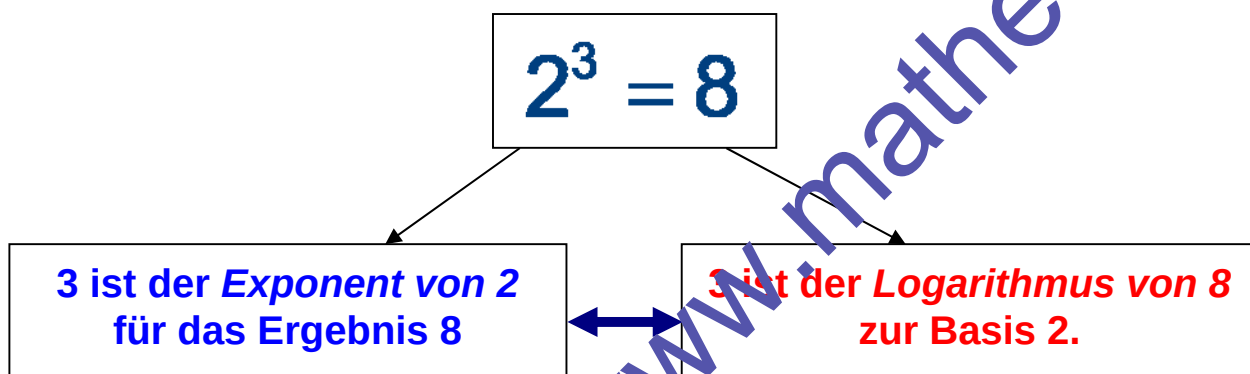
- (2) Welches ist die Hochzahl von 8, wenn 2 die Basis ist?

Die Antwort ist dieselbe, nämlich 3, aber dazu muss man erst 8 als 2^3 identifizieren.

Jetzt nennt man aber 3 nicht mehr den Exponenten, sondern den Logarithmus.

Dies ist verwirrend, daher die genaue Erklärung:

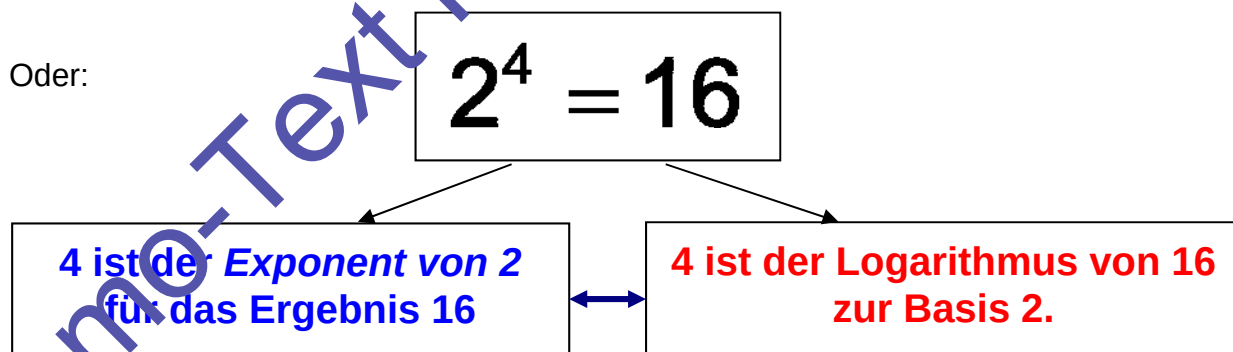
Es gilt bekanntlich



Man muss also unterscheiden:

Geht man von 2 aus, dann ist 3 der Exponent von 2,
geht man vom Ergebnis 8 aus, dann ist 3 der Logarithmus von 8.

Oder:



Man muß aber stets die Basis nennen, wie man an folgendem Beispiel sieht:

3 ist der Logarithmus von 16 zu Basis 2, denn es ist $2^4 = 16$.

Nimmt man aber die Basis 4, dann ist 2 der Logarithmus von 16, weil $4^2 = 16$ ist.

Neue Schreibweise dafür:

$$2^3 = 8 \Leftrightarrow \log_2 8 = 3$$

$$2^4 = 16 \Leftrightarrow \log_2 16 = 4$$

$$4^2 = 16 \Leftrightarrow \log_4 16 = 2$$

Weitere Beispiele:

Wegen	gilt
$5^3 = 125$	$\log_5 125 = 3$
$5^4 = 625$	$\log_5 625 = 4$
$7^2 = 49$	$\log_7 49 = 2$
$3^{-2} = \frac{1}{9}$	$\log_3 \frac{1}{9} = -2$
$2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$	$\log_2 \sqrt{2} = \frac{1}{2}$
$\sqrt{5}^2 = 5$	$\log_{\sqrt{5}} 5 = 2$

Wer sich dabei schwer tut, merkt sich folgendes Schema::

Aus **Basis^{Exponent} = Ergebnis** folgt **$\log_{\text{Basis}} \text{Ergebnis} = \text{Exponent}$** .

Der Logarithmus bezieht sich also immer auf Basis und Ergebnis, und er ist der Exponent, welche die Basis erhalten muss, damit das Ergebnis folgt.

Noch einige Beispiele:

$$3^4 = 81 \quad \text{also ist} \quad \log_3 81 = 4$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \left[= 4^2 \right] = 16 \quad \text{also ist} \quad \log_{\frac{1}{4}} 16 = -2$$

$$8^{\frac{1}{3}} \left[= \sqrt[3]{8} \right] = 2 \quad \text{also ist} \quad \log_8 2 = \frac{1}{3}$$

$$4^{-\frac{1}{2}} \left[= \frac{1}{4^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{4}} \right] = \frac{1}{2} \quad \text{also ist} \quad \log_4 \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

Aufgabe 1 (Lösung am Dateiende)

Schreibe die Potenzgleichung in eine Logarithmusgleichung um:

a) $4^5 = 1024$

b) $3^{-1} = \frac{1}{3}$

c) $16^{-\frac{1}{2}} \left[= \frac{1}{\sqrt{16}} \right] = \frac{1}{4}$

d) $81^{\frac{1}{4}} \left[= \sqrt[4]{81} \right] = 3$

e) $\sqrt{2}^4 \left[= \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^4 = 2^{\frac{4}{2}} = 2^2 \right] = 4$

f) $\left(\frac{1}{8}\right)^{-2} \left[= 8^2 \right] = 64$

g) $x^3 = 12$

h) $4^x = 64$

Diese Aufgaben beinhalten noch keine Rechenanforderungen. Sie dienen nur dem Training des Umschreibens einer Potenzgleichung in eine Logarithmus-Gleichung.